

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

**Физико-математический факультет
Кафедра алгебры и геометрии**

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«29» апреля 2026 г., протокол № 7

Рабочая программа дисциплины

Основы теории моделирования

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки:

44.04.01 Педагогическое образование

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) программы:

Математическое образование

Квалификация выпускника

магистр

Форма обучения

Заочная

Год начала подготовки - 2026

(по учебному плану)

Карачаевск, 2026

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры алгебры и геометрии
Кубекова Б.С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126, учебным планом, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) программы: «Математическое образование», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2024-2025 уч. год.

Протокол № 89 от 15.04.2026 г.

Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	7
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	9
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций.....	9
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания	10
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины	10
7.3.1. Перечень вопросов для зачета.....	10
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций	11
7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ	11
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	15
8.1. Основная литература	15
8.2. Дополнительная литература.....	16
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	16
9.1. Общесистемные требования	16
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	17
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	17
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	17
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	18
11. Лист регистрации изменений	19

1. Наименование дисциплины (модуля)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Целью изучения дисциплины является: формирование теоретических знаний о принципах построения математических моделей; ознакомление с принципами выбора математических моделей реальных явлений или процессов.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить необходимый понятийный аппарат, необходимый для изучения дисциплины;
- овладеть фундаментальными методами теории моделирования;
- описать основные математические методы построения моделей различных типов;
- обучить магистрантов применять основные методы математического моделирования различных объектов;
- обсудить условия применимости различных математических теорий для построения математических моделей

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО	
Индекс	Б1.В.ДВ.02.02
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Данная учебная дисциплина является базовой и опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Математика» в объеме средней школы и программ бакалавриата	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина «Основы теории моделирования» является самостоятельной дисциплиной, необходимой для последующего освоения других дисциплин вариативной части базового и профессионального циклов, а также для выполнения научно-исследовательской работы магистрантов	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Основы теории моделирования» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Умеет анализировать конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними УК-1.2. Умеет определять недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению УК-1.3. Умеет критически подходить к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников УК-1.4. Владеет навыками выбора методов и средств решения задачи с выработкой стратегии действий УК-1.5. Владеет навыками рассмотрения и предложения своих вариантов решения поставленной задачи, на основе системного подхода и выработанной стратегии действий

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 8 ЗЕТ, 288 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	
	для очно-заочной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины		288
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		12
Аудиторная работа (всего):		12
в том числе:		
лекции		
семинары, практические занятия		12
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа:		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		272
Контроль самостоятельной работы		4
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)		зачет

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для заочной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				всего	Аудиторные уч. занятия		
					Лек	Пр	Лаб
		Раздел 1. Основные понятия и принципы математического моделирования					
1	1/1	Основные понятия и принципы математического моделирования. Понятие математической модели. Основные этапы метода математического моделирования. Прямые и	15		2		13

		обратные задачи математического моделирования.				
2	1/1	Понятие математической модели. Моделирование как метод научного познания. Классификация моделей. Противоречивые модели. Критерий эффективности, как мера успешности решения задач	14			14
	1/1	Раздел 2. Линейное программирование				
3	1/1	Примеры задач, приводящих к линейным моделям. Задача о наилучшем использовании ресурсов. Задача о выборе оптимальных технологий. Задача о диете.	14			14
4	1/1	Основные понятия линейного программирования. Целевая функция, оптимальный план, система ограничений, допустимый план. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования. Правило приведения ЗЛП к каноническому виду. Основные теоремы линейного программирования. Геометрическое истолкование ЗЛП. Алгоритм графического метода решения задач ЛП.	15		2	13
5	1/1	Описание симплекс-метода. Правила построения симплекс-таблиц и порядок работы с ними. Нахождение исходного допустимого базиса (метод искусственного базиса). Теорема Фаркаша – Минковского о следствиях системы неравенств.	14			14
6	1/1	Теория двойственности. Прямая и двойственная задача линейного программирования. Правила составления двойственных задач. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственных задач.	14			14
7	1/1	Транспортная задача и методы ее решения. Построение опорного плана ТЗ: метод минимальной стоимости, метод Фогеля, метод двойного предпочтения, метод северо-западного угла. Оптимальность плана транспортной задачи. Метод потенциалов. Открытые модели ТЗ. Приведение открытой задачи к обычной ТЗ.	14			14
		Раздел 3. Дискретное программирование				
8	1/1	Основные понятия дискретного программирования. Задачи с неделимостью. Комбинаторные задачи. Задачи с разрывными целевыми функциями.	14			14
9	1/1	Метод Гомори. Основные идеи и принципы и алгоритм. Метод ветвей и границ. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.	15		2	13
		Раздел 4. Динамическое программирование				
10	1/1	Задача динамического программирования. Общая структура динамического программирования. Решение задач в динамическом программировании.	14			14
11	1/1	Основная идея и особенности вычислительного метода динамического программирования. Общая постановка и алгоритм решения задач методом динамического программирования. Принцип оптимальности Белмана. Оптимальная стратегия замены оборудования.	15		2	13

		Раздел 5. Нелинейное программирование				
12	1/1	Решение задач условной оптимизации методом Лагранжа. Градиентные методы решения задач безусловной оптимизации. Метод наискорейшего спуска.	14			14
13	1/1	Метод дробления шага. Оптимизационные задачи для выпуклых функций. Метод допустимых направлений.	15		2	13
		Раздел 6. Моделирование конфликтных ситуаций. Теория игр				
14	1/1	Введение. Основные понятия теории игр. Принцип оптимальности в теории игр. Матричная игра в чистых стратегиях. Классификация игр. Правило доминирования.	14			14
15	1/1	Матричная игра в смешанных стратегиях. Основная теорема теории матричных игр.	14			14
16	1/1	Решение игр с помощью линейного программирования.	15		2	13
17	1/1	Игра с природой. Критерии оптимальности. Непрерывная игра.	14			14
18	1/1	Матричная игра. Понятие позиционной игры.	13			13
		Раздел 7. Основные положения теории массового обслуживания				
19	1/1	Основные понятия и терминология теории массового обслуживания. Входящий поток (поток требований). Время обслуживания. Типы систем массового обслуживания и критерии эффективности.	13			13
20	1/1	Уравнения Колмогорова. Формулы Эрланга. Система массового обслуживания с ограниченной очередью.	14			14
		Контроль самостоятельной работы	4			
		ВСЕГО	284		12	272

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (<i>указать текст из источника и др.</i>). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Решение задач.
Подготовка к зачету	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов

электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.

Практические (семинарские) занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

1. Обсуждение в группах. Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5.... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

2. Публичная презентация проекта. Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

3. Дискуссия как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (86-100% баллов)	Средний уровень (71-85% баллов)	Низкий уровень (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (до 55 % баллов)
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	УК-1.1. В полном объеме умеет анализировать конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними	УК-1.1. Умеет анализировать конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними	УК-1.1. В целом умеет анализировать конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними	УК-1.1. Не умеет анализировать конкретную задачу как систему, с выявлением ее составляющих и связей между ними
	УК-1.2. В полном объеме умеет определять недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению	УК-1.2. Умеет определять недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению	УК-1.2. В целом умеет определять недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению	УК-1.2. Не умеет определять недостающие связи и пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации и организует процесс по их устранению
	УК-1.3. В полном объеме умеет критически подходить к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников	УК-1.3. Умеет критически подходить к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников	УК-1.3. В целом умеет критически подходить к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников	УК-1.3. Не умеет критически подходить к оценке надежности информации, применяя при этом системный подход, сравнивая и различая информацию из разных источников
	УК-1.4. В полном объеме владеет навыками выбора методов и средств решения задачи с выработкой стратегии действий	УК-1.4. Владеет навыками выбора методов и средств решения задачи с выработкой стратегии действий	УК-1.4. В целом владеет навыками выбора методов и средств решения задачи с выработкой стратегии действий	УК-1.4. Не владеет навыками выбора методов и средств решения задачи с выработкой стратегии действий
	УК-1.5. В полном объеме владеет навыками рассмотрения и предложения своих вариантов решения поставленной задачи,	УК-1.5. Владеет навыками рассмотрения и предложения своих вариантов решения поставленной задачи, на основе систем-	УК-1.5. В целом владеет навыками рассмотрения и предложения своих вариантов решения поставленной задачи, на основе си-	УК-1.5. Не владеет навыками рассмотрения и предложения своих вариантов решения поставленной задачи, на

	на основе системного подхода и выработанной стратегии действий	ного подхода и выработанной стратегии действий	стемного подхода и выработанной стратегии действий	основе системного подхода и выработанной стратегии действий
--	--	--	--	---

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

7.3.1. Перечень вопросов для зачета

1. Основные понятия и принципы математического моделирования. Понятие математической модели.
2. Основные этапы метода математического моделирования. Прямые и обратные задачи математического моделирования.
3. Моделирование как метод научного познания. Классификация моделей.
4. Противоречивые модели. Критерий эффективности, как мера успешности решения задач.
5. Целевая функция, оптимальный план, система ограничений, допустимый план.
6. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования.
7. Правило приведения ЗЛП к каноническому виду.
8. Основные теоремы линейного программирования.
9. Геометрическое истолкование ЗЛП.
10. Алгоритм графического метода решения задач ЛП.
11. Описание симплекс-метода. Правила построения симплекс таблиц и порядок работы с ними.
12. Теория двойственности. Прямая и двойственная задача линейного программирования.
13. Правила составления двойственных задач.
14. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственной задачи.
15. Экономическая интерпретация двойственных задач.
16. Нахождение решения двойственных задач
17. Транспортная задача и ее решение.
18. Методы составления опорного плана транспортной задачи. Метод северо-западного угла.
19. Метод минимальной стоимости.
20. Метод аппроксимации Фогеля.
21. Метод двойного предпочтения
22. Оптимальность плана транспортной задачи. Метод потенциалов.
23. Открытые модели ТЗ. Приведение открытой задачи к обычной ТЗ
24. Основные понятия дискретного программирования.
25. Задачи с неделимостями.

26. Комбинаторные задачи.
27. Задачи с разрывными целевыми функциями.
28. Метод Гомори.
29. Основные идеи и принципы и алгоритм.
30. Метод ветвей и границ.
31. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
32. Задача динамического программирования.
33. Общая структура динамического программирования.
34. Решение задач в динамическом программировании.
35. Основная идея и особенности вычислительного метода динамического программирования.
36. Общая постановка и алгоритм решения задач методом динамического программирования
37. Решение задач условной оптимизации методом Лагранжа.
38. Градиентные методы решения задач безусловной оптимизации.
39. Метод наискорейшего спуска.
40. Метод дробления шага.
41. Оптимизационные задачи для выпуклых функций.
42. Метод допустимых направлений
43. Принцип оптимальности в теории игр. Матричная игра в чистых стратегиях.
44. Классификация игр. Правило доминирования.
45. Матричная игра в смешанных стратегиях. Основная теорема теории матричных игр.
46. Решение игр с помощью линейного программирования.
47. Игра с природой. Критерии оптимальности.
48. Непрерывная игра.
49. Матричная игра. Понятие позиционной игры.
50. Основные понятия и терминология теории массового обслуживания. Входящий поток (поток требований). Время обслуживания.
51. Типы систем массового обслуживания и критерии эффективности.
52. Уравнения Колмогорова. Формулы Эрланга.
53. Система массового обслуживания с ограниченной очередью.

7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

7.3.3. Оценочные материалы. Варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1

1. Решить графическим способом и симплексным следующую задачу линейного программирования: $z = x - 3y \rightarrow \min$;

$$\begin{cases} 2x + 4y \geq 30, \\ 7x - 3y \leq 37, \\ 5x - 7y \geq -27, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить задачу линейного программирования на минимум, если начальная симплекс-таблица имеет следующий вид:

$$\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ z \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 10 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 10 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & -9 \end{pmatrix}.$$

3. Используя двойственность, найти решение следующей задачи линейного программирования: $z = 6y_1 + 133y_2 - 41y_3 \rightarrow \min$;

$$\begin{cases} -10y_1 + 7y_2 + 3y_3 \geq 1, \\ 4y_1 + 7y_2 - 11y_3 \geq 20, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0. \end{cases}$$

4. Для задачи, состоящей в максимизации функции $F = 4x_1 + x_2 - 4x_3$ при условиях

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 - 6x_3 \leq 11, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, \end{cases}$$

сформулировать двойственную задачу.

5. Для задачи, состоящей в определении максимального значения функции $F = 2x_1 + 7x_2$ при условиях

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

составить двойственную задачу и найти решение обеих задач.

6. Решить задачу линейного программирования

$$\begin{aligned} F^* &= 14y_1 + 8y_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} -2y_1 + 3y_2 \geq 2, \\ 3y_1 + y_2 \geq 7, \\ y_1, y_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

7. Найти решение двойственной пары задач.

Исходная задача:

$$\begin{aligned} F &= -2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min \\ \begin{cases} -4x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Двойственная задача:

$$\begin{aligned} F^* &= 4y_1 + 6y_2 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} -4y_1 + y_2 \leq -2, \\ 2y_1 + y_2 \leq -3 \\ y_1, y_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

8. Для задачи, состоящей в определении максимального значения функции $F = x_1 + 2x_2 - x_3$ при условиях

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 12, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 17, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0, \end{cases}$$

составить двойственную задачу и найти ее решение симплекс методом.

Контрольная работа № 2

Примерные варианты заданий

Мячик на лесенке

На вершине лесенки, содержащей N ступенек, находится мячик, который начинает прыгать по ним вниз, к основанию. Мячик может прыгнуть на следующую ступеньку, на ступеньку через одну или через 2. (То есть, если мячик лежит на 8-ой ступеньке, то он может переместиться на 5-ую, 6-ую или 7-ую.) Определить число всевозможных "маршрутов" мячика с вершины на землю.

Формат входных данных Одно число $0 < N < 31$.

Формат выходных данных Одно число — количество маршрутов.

Черепашка

На квадратной доске расставлены целые неотрицательные числа. Черепашка, находящаяся в левом верхнем углу, мечтает попасть в правый нижний. При этом она может переползать только в клетку справа или снизу и хочет, чтобы сумма всех чисел, оказавшихся у нее на пути, была бы максимальной. Определить эту сумму.

Формат входных данных Первая строка — N — размер доски.

Далее следует N строк, каждая из которых содержит N целых чисел, представляющие доску.

Формат выходных данных Одно число — максимальная сумма.

Робот

В исследовательской лаборатории фирмы Robots&Co разработали новую модель робота. Главной особенностью данной модели робота является то, что он работает по заранее заданной программе, в которой могут присутствовать команды: сделать шаг на Юг, на Север, на Восток или на Запад. Робот исполняет программу строго последовательно и, дойдя до конца программы, останавливается. Специалисты из Robots&Co заинтересовались вопросом, сколько существует различных программ, состоящих из K инструкций, таких, что робот, выйдя из начала координат, придет в точку с координатами (X, Y) . Оси координат располагаются параллельно сторонам света, и единица измерения, соответствует одному шагу робота. Напишите программу, которая дает ответ на этот вопрос.

Формат входных данных Во входном файле находятся три числа K, X и Y ($0 \leq K \leq 16, |X|, |Y| \leq 16$), разделенные пробелами.

Формат выходных данных В выходной файл ваша программа должна поместить одно число — количество программ для робота.

Взрывоопасность

При переработке радиоактивных материалов образуются отходы двух видов — особо опасные (тип А) и неопасные (тип В). Для их хранения используются одинаковые контейне-

ры. После помещения отходов в контейнеры, последние укладываются вертикальной стопкой. Стопка считается взрывоопасной, если в ней подряд идет более двух контейнеров типа А. Для заданного количества контейнеров N определить число безопасных стопок.

Формат входных данных Одно число $0 < N < 31$.

Формат выходных данных Одно число — количество безопасных вариантов формирования стопки.

***K*-ичные числа**

Требуется вычислить количество N -значных чисел в системе счисления с основанием K , таких что их запись не содержит двух подряд идущих нулей.

Ограничения: $2 \leq K \leq 10$, $N + K \leq 18$.

Формат входных данных Числа N и K в десятичной записи, разделенные пробелом или переводом строки.

Формат выходных данных

Искомое число в десятичной записи.

Подпалиндром

Палиндромом называется строка, которая одинаково читается как слева направо, так и справа налево. Подпалиндромом данной строки называется последовательность символов из данной строки, не обязательно идущих подряд, являющаяся палиндромом. Например, HELOLEH является подпалиндромом строки HTEOLFEOLEH. Напишите программу, находящую в данной строке подпалиндром максимальной длины.

Формат входных данных

Строка длиной не более 100 символов, состоящая из заглавных букв латинского алфавита.

Формат выходных данных

В первой строке вывести длину максимального подпалиндрома, а во второй строке сам максимальный подпалиндром. Если таких подпалиндромов несколько, то вывести любой из них.

Паровозики

N локомотивов, имеющих номера от 1 до N и установленных на железнодорожную колею, начинают двигаться в одну сторону, причем локомотив номер k изначально движется со скоростью k км/ч. Если локомотив, движущийся с большей скоростью, нагоняет более медленный локомотив, дальше они движутся один за другим со скоростью впереди идущего локомотива. Очевидно, через некоторое время после начала движения локомотивы разобьются на несколько групп, движущихся с разной скоростью.

Написать программу, определяющую, сколько начальных расстановок s из $N!$ Возможных дадут в результате p групп движущихся локомотивов.

Формат входных данных

Два числа — $0 < N < 17$ и $0 < p < N + 1$.

Формат выходных данных

Одно число — s .

Плитки

У Пети имеется неограниченный набор красных, синих и зеленых плиток размером 1×1 . Он выбирает ровно N плиток и выкладывает их в полоску. Например, при $N = 10$ она может выглядеть следующим образом:

К	К	К	С	З	К	К	З	К	С
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(буквой К обозначена красная плитка, С — синяя, З — зеленая).

После этого Петя заполняет следующую таблицу:

	Красный	Синий	Зеленый
Красный	Y	Y	Y
Синий	Y	N	Y
Зеленый	Y	Y	N

В клетке на пересечении строки, отвечающей цвету А, и столбца, отвечающего цвету В, он записывает "Y", если в его полоске найдется место, где рядом лежат плитки цветов А и В и "N" в противном случае. Считается, что плитки лежат рядом, если у них есть общая сторона. (Очевидно, что таблица симметрична относительно главной диагонали — если плитки цветов А и В лежали рядом, то рядом лежали и плитки цветов В и А.) Назовем такую таблицу *диаграммой смежности* данной полоски.

Так, данная таблица представляет собой диаграмму смежности приведенной выше полоски.

Петя хочет узнать, сколько различных полосок имеет определенную диаграмму смежности. Помогите ему.

(Заметьте, что полоски, являющиеся отражением друг друга, но не совпадающие, считаются разными. Так, полоска

С	К	З	К	К	З	С	К	К	К
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

не совпадает с полоской, приведенной в начале условия.)

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит число N ($1 \leq N \leq 100$). Следующие три строки входного файла, содержащие по три символа из набора {"Y", "N"}, соответствуют трем строкам диаграммы смежности. Других символов, включая пробелы, во входном файле не содержится. Входные данные корректны, т.е. диаграмма смежности симметрична.

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл количество полосок длины N , имеющих приведенную во входном файле диаграмму смежности.

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Голубева Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие / Н. В. Голубева. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-

5-8114-1424-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168961> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Горлач Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация: учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8415-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/176673> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Назарова Ю. Н. Математическое моделирование в экономике: практикум: специальность: 38.05.01 «Экономическая безопасность». Специализация: «Судебная экономическая экспертиза» / Ю. Н. Назарова. - Волгоград: ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, 2019. - 68 с. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1289044> – Режим доступа: по подписке.

4. Пискажова Т. В. Математическое моделирование объектов и систем управления: учебное пособие / Т. В. Пискажова, Т. В. Донцова, Г. Б. Даныкина. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2020. - 230 с. - ISBN 978-5-7638-4184-8. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1819599> – Режим доступа: по подписке.

8.2. Дополнительная литература

1. Исследование операций: учебное пособие / составители А. С. Адамчук [и др.]; Северо-Кавказский федеральный университет. - Ставрополь: СКФУ, 2015. - 178 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/155285> - Режим доступа: для авториз. пользователей. - Текст: электронный.

2. Исследование операций: учебное пособие / составители Д. Г. Ловянников, И. Ю. Глазкова; Северо-Кавказский федеральный университет. - Ставрополь: СКФУ, 2017. - 108 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/155286> - Режим доступа: для авториз. пользователей. - Текст: электронный.

3. Каштанов В. А. Исследование операций (линейное программирование и стохастические модели): учебник / В.А. Каштанов, О.Б. Зайцева. - Москва: КУРС, 2017. - 256 с. - ISBN 978-5-906818-78-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1017099> - Текст: электронный.

4. Колемаев В. А. Математические методы и модели исследования операций: учебник / В. А. Колемаев под редакцией В. А. Колемаева. - Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 592 с. - ISBN 978-5-238-01325-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/391871> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

5. Лемешко Б. Ю. Теория игр и исследование операций / Б.Ю. Лемешко.- Новосибирск: НГТУ, 2013. - 167 с.- ISBN 978-5-7782-2198-7. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/558878> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

6. Шапкин А. С. Математические методы и модели исследования операций: учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 7-е изд. - Москва: Дашков и К, 2019. - 398 с - ISBN 978-5-394-02736-9. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091193> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и под-

держивающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- CalculateLinux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО